第39卷 第5期
2022年10月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 39 No. 5
Oct. 2022

文章编号:1000-4939(2022)05-0974-07

亚临界雷诺数下粗糙圆柱绕流数值模拟研究

余睿洁[1],罗良[2],陈威[1],林永水[1],李营[3]

(1. 武汉理工大学新材料力学理论与应用湖北省重点实验室,430063 武汉;
2. 上海船舶研究设计院,201203 上海;3. 北京理工大学先进结构技术研究院,100081 北京)

摘 要:基于标准 k-ε 模型,在亚临界雷诺数下($Re=3\,900$)对不同表面粗糙度的二维圆柱绕流进行了数值模拟研究,分析了粗糙度对升力系数、阻力系数、涡量场及表面压强分布的影响。结果表明:随着表面粗糙度的增大,阻力系数波动的峰值频率逐渐单一,升力系数和阻力系数的主导频率无规律变化,均方根升力系数和平均阻力系数减小;尾涡排列的规则性降低,且涡泻放强度减小;流动分离点向圆柱后方推移。在圆柱的后驻点,大粗糙度对应较小的压力系数。本研究成果有助于圆柱绕流控制技术研究。

关键词:圆柱绕流;表面粗糙度;亚临界雷诺数;数值模拟

中图分类号:TV131 **文献标志码:**A **DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2022.05.020

Numerical simulation of flow around a circular cylinder with rough surface at subcritical Reynolds number

YU Ruijie[1], LUO Liang[2], CHEN Wei[1], LIN Yongshui[1], LI Ying[3]

(1. Hubei Key Laboratory of Theory and Application of Advanced Materials Mechanics, Wuhan University of Technology, 430063 Wuhan, China; 2. Shanghai Ship Design and Research Institute, 201203 Shanghai, China;
3. Institute of Advanced Structure Technology, Beijing Institute of Technology, 100081 Beijing, China)

Abstract: Based on standard k-ε, the two-dimensional flow around a circular cylinder with different surface roughness is numerically simulated at a subcritical Reynolds number of 3 900. The effects of surface roughness on the lift coefficient, drag coefficient, vorticity field and surface pressure distribution are analyzed. The results show that with the increase of surface roughness, the number of peak frequencies of drag coefficient fluctuation decreases, the dominant frequencies of lift and drag coefficient changes irregularly, and the average drag coefficient and root-mean-squared lift coefficient decrease. The regularity of wake vortex arrangement and the strength of vortex shedding decreases. The flow separation point moves towards the rear of the cylinder as the roughness increases. At the back of the cylinder, lower pressure coefficients correspond to higher roughness. The results of this paper are helpful to the research of cylindrical flow control technology.

Key words: flow around circular cylinder; surface roughness; subcritical Reynolds number; numerical simulation

---

收稿日期:2021-10-14 **修回日期:**2022-07-20
基金项目:中央高校基础研究基金资助项目(No. WUT:2019IVA059);博士科研启动基金资助项目(No. WUT:40120268)
通信作者:陈威。E-mail:whutcw01@126.com
引用格式:余睿洁,罗良,陈威,等. 亚临界雷诺数下粗糙圆柱绕流数值模拟研究[J]. 应用力学学报,2022,39(5):974-980.
YU Ruijie, LUO Liang, CHEN Wei, et al. Numerical simulation of flow around a circular cylinder with rough surface at subcritical Reynolds number[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(5):974-980.

随着全球范围内海洋资源开采的需要,众多海洋工程结构物陆续产生,如海上风力发电装置、钻井隔水管、输油立管。在这些结构物中,圆柱形结构占据重要地位。在实际海洋环境中作业的海洋结构物,由于工艺等原因会存在初始表面粗糙度,而随着时间的发展,海洋生物的附着以及细小沉积物的堆积会改变结构物的表面粗糙度。粗糙度的改变会对水动力特性及流场状态产生影响[1],可能会加剧结构物的振动,使结构物提前破坏。因此,有必要进行粗糙度对结构物流场的影响规律研究。

关于不同粗糙度下的圆柱绕流问题,部分学者展开了实验研究。Van[2]、Bearman 等[3]在亚临界至超高临界雷诺数范围内对固定的粗糙圆柱进行了风洞实验,探究了粗糙度在不同雷诺数下对升阻力系数的影响;Achenbach 等[4]使用滚花工艺在圆柱表面形成均匀的粗糙度,重点对粗糙度对斯特劳哈尔数的影响进行了探究;Achenbach[5]对粗糙圆柱边界层内的分离点位置进行了研究。国内外学者对弹性支承的圆柱与其周围流场的相互作用也展开了一定的研究[6-14],探究了粗糙度对流动及振动响应的影响。Buresti[15]用粗糙度不同的砂布贴在圆柱表面进行风洞实验,发现超临界的斯特劳哈尔数、压力及阻力系数是粗糙程度的函数。对于粗糙圆柱的研究大多以实验的方式展开,主要侧重于水动力特性研究。但由于实验设备的局限性,实验方法只能采集到特定点的数据,不能得到整个流场的结果。随着计算机技术的发展,数值仿真技术被越来越多地应用于流体力学的研究。

在数值模拟研究中,许多不同的湍流模型被用于处理湍流场问题。马瑞轩等[16]采用基于 SST 湍流模型的自适应尺度模拟方法研究了串列双圆柱绕流的绕流特性,并与已有文献中的数据进行了详细地比较。章大海等[17]采用 Spalart-Allmaras 湍流模型对大范围雷诺数下非对称粗糙单圆柱流致振动进行了数值模拟。杨家栋[18]和 Gao 等[1,19-20]均采用 SST k-ω 模型对两向自由度粗糙圆柱涡激振动进行了探究,讨论了粗糙度对水动力系数和圆柱振动轨迹等响应特性的影响。Mallick 等[21]采用大涡模拟对粗糙度对圆柱表面压强分布的影响进行了探究。Patil 等[22]采用高度非线性的维偏微分方程研究了表面粗糙度对细长运动圆柱绕流的影响。Yamagishi 等[23]运用 KNG k-ω 湍流模型对表面具有不同凹槽的粗糙圆柱进行了二维数值模拟研究。这些湍流模型各有其优势和不足。除上述湍流模型外,在 Fluent 中,标准 k-ε 模型自从被提出之后,就变成工程流场计算中主要的工具。它具有适用范围广、经济、精度合理等优点。

目前对粗糙圆柱的研究已经在实验和数值模拟方面取得了一定的进展,但是缺乏对升阻力系数频率特性和流场特性的细致研究。本研究采用标准 k-ε 模型,对亚临界雷诺数下($Re=3\,900$)光滑和粗糙圆柱绕流进行数值模拟,对实验中得出的有关结论进行验证,并对粗糙度对流场和水动力系数频率特性的影响展开探究。

1　计算模型及参数

本研究的主要对象是雷诺数 $Re=3\,900$ 下的粗糙圆柱绕流,选择数学模型为标准 k-ε 湍流模型。

其中 k-ε 模型为双方程模型,是在单方程模型的基础上,引入关于湍流动能耗散率 ε 的方程。k-ε 模型细分为标准、重整化和可实现 3 种,其中在工程中最常用的是标准 k-ε 模型。湍流动能耗散率 ε 定义为

$$\varepsilon=\frac{\mu}{\rho}\overline{\left(\frac{\partial u_\tau'}{\partial x_k}\right)\left(\frac{\partial u_\tau'}{\partial x_k}\right)} \tag{1}$$

湍动黏度 μ_t 定义为

$$\mu_t=\rho C_{\mathrm{mu}}\frac{k^2}{\varepsilon} \tag{2}$$

标准 k-ε 模型的输运方程为

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{u_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+G_k+G_b-\rho\varepsilon-Y_M+S_k \tag{3}$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho\varepsilon u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{u_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}(G_K+C_{\mathrm{mu}}G_b)-C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}+S_\varepsilon \tag{4}$$

$$G_k=\mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j},\ G_b=\beta g_i\frac{\mu_t}{Pr_t}\frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{5}$$

$$\beta=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial T},\ Y_M=2\rho\varepsilon M_t^2,\ M_t=\sqrt{k/a^2} \tag{6}$$

其中:G_k 由平均速度梯度引起的湍动能产生;G_b 是由浮力引起的湍动能产生;T 为流场温度;Y_M 为可压缩湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响;ρ 为流质密度;$C_{1\varepsilon}$、$C_{2\varepsilon}$、C_{mu} 为经验常数,在本研究中都采用 Fluent 中默认的值 $C_{1\varepsilon}=1.44$、$C_{2\varepsilon}=1.92$、$C_{\mathrm{mu}}=0.09$;σ_k、σ_ε 分别为湍动能和湍动能耗散率对应的

普朗特系数，采用 Fluent 默认值 $\sigma_k = 1.0$、$\sigma_\varepsilon = 1.3$；Pr_t 为湍动普朗特系数，$Pr_t = 0.85$；g_i 为重力加速度在 i 方向的分量；β 为热膨胀系数；M_t 为湍动马赫数；a 为声速。

如图 1 所示，本研究选取圆柱直径为 $D = 0.01$ m，流质为水，流速为 0.392 m/s，雷诺数为 $Re = 3\,900$。左侧边界为来流入口（velocity-inlet），与圆心距离 $10D$，右侧边界为流体出口（outflow），与圆心距离为 $25D$。上下边界为滑移壁面，分别与圆心距离 $10D$，其滑移速度与来流速度相等，为 0.392 m/s。由此可模拟无限大流场中的绕流运动。根据 Zhao 等[24]的研究，当阻塞率（圆柱直径与流场宽度的比值）小于 0.05 时，所选取的计算域宽度对结果影响较小，本研究选取阻塞率为 0.05，满足计算结果不受计算域宽度影响的要求。

根据 Schlinchting[25]的离散单元法思想，可用相同或不同的粗糙单元来离散结构物表面不同程度的凹陷或凸起。在实验设计中，大多研究采用附着了均匀砂粒的粗糙立管进行实验。在 ANSYS/Fluent 软件中提供了一种模拟壁面粗糙度的模型为等效砂粒模型，如图 2 所示，该模型已在现有研究中多次使用[18-20]，其中 K_S 为结构的物理粗糙高度。

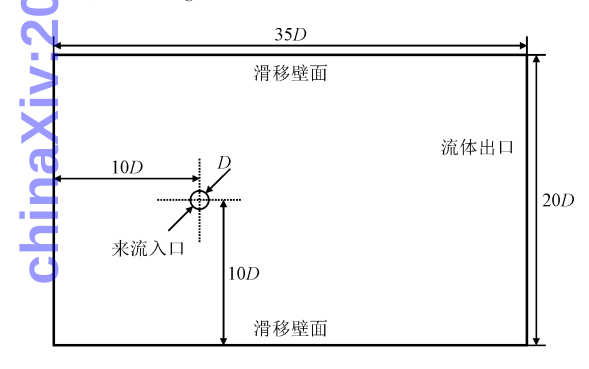


图 1　计算域尺寸

Fig. 1　Size of computational domain

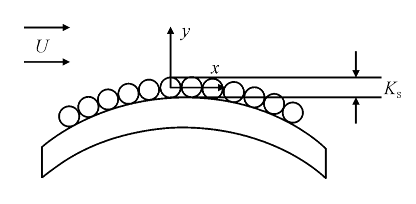


图 2　等效砂粒模型

Fig. 2　Model of equivalent sand surface roughness

在数值模拟计算中，将粗糙度无量纲化，用 K_S/D 量化粗糙度的大小。根据实际海洋工程中真实结构物的粗糙度分布，选取 4 种不同表面粗糙度的圆柱结构展开研究[18]，如表 1 所示。

表 1　4 种不同粗糙圆柱的表面粗糙度

Tab. 1　Surface roughness of four different rough cylinders

组别	1	2	3	4
表面粗糙度 K_S/D	1×10^{-4}	5×10^{-3}	1×10^{-2}	2×10^{-2}

二维圆柱绕流问题中主要的无量纲数有雷诺数 Re、斯特劳哈尔数 St、升力系数 C_L、阻力系数 C_D 和压力系数 C_p，其定义式为

$$Re = \frac{\rho UD}{\mu},\ St = \frac{f_v D}{U} \tag{7}$$

式中：U 为来流速度；D 为圆柱直径；μ 是流体的动力黏度；f_v 为涡的脱落频率。

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 D},\ C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 D} \tag{8}$$

式中：F_D 为单位长度圆柱在顺流向受到的合力；F_L 为在横流向受到的合力。

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho U^2} \tag{9}$$

式中：p 为当地静压；p_0 为入口来流静压。

2　数值模拟结果

对光滑圆柱绕流进行数值模拟分析。如图 3 所示，圆柱上下两侧交替脱落出旋转方向相反的涡，在圆柱后方形成规则排列的双列线涡，即卡门涡街现象，且涡脱落模式为 2S 模式。脱落涡引起圆柱表面压力发生周期性变化，继而形成了周期性变化的升力系数和阻力系数。本研究所得阻力系数均值 $C_{D,mean}$ 与斯特劳哈尔数 St 与他人数据对比如表 2 所示。

表 2　$Re = 3\,900$ 下圆柱绕流实验及计算结果总结

Tab. 2　Experiment and calculation results of flow around a cylinder under $Re = 3\,900$

文献	$C_{D,mean}$	St
文献[25]	1.00	0.210
文献[26]	1.05	0.200
本研究	1.06	0.214

由图 4 可看出，升阻力系数的时间历程曲线均为幅值稳定的正弦曲线。如图 5 所示，经 FFT 分析，升力系数存在单一峰值频率，为 8.40 Hz；阻力系数存在 2 个峰值频率，且峰值频率间存在倍数关系，

主峰频率为 16.80 Hz,次峰频率为 33.60 Hz。阻力系数的主峰频率为升力系数的 2 倍,说明在圆柱下游两侧涡交替脱落的过程中,上下侧涡每脱落一次即在一个运动周期内,顺流向的阻力发生两次变化,横流向的升力发生一次变化。

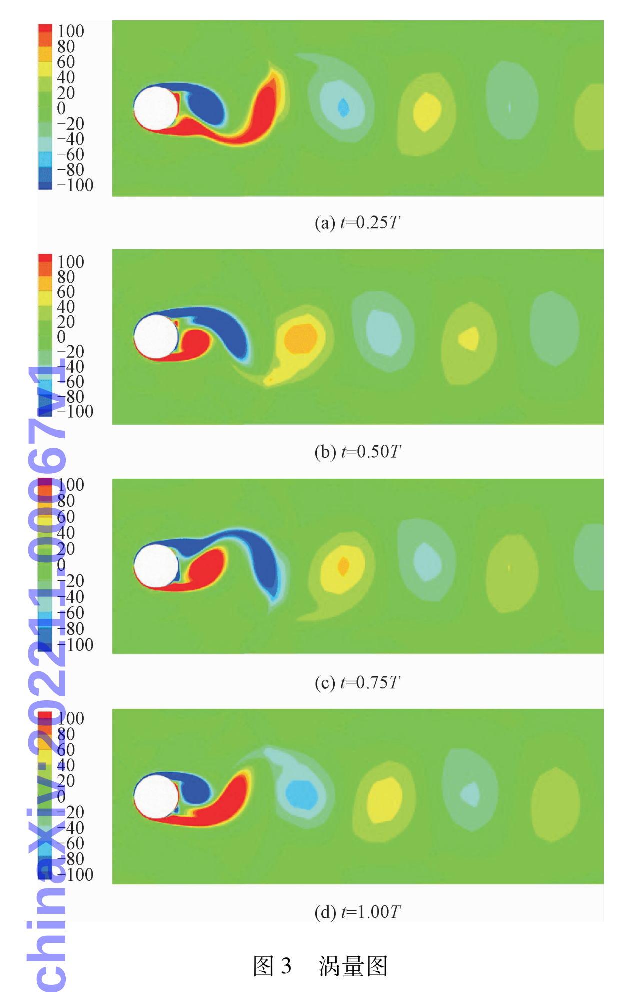


图 3　涡量图

Fig. 3　Instantaneous isocontours of vorticity

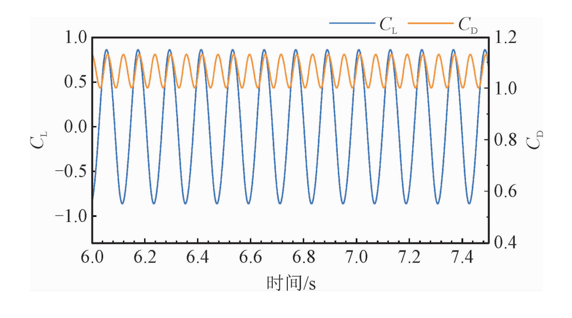


图 4　升阻力系数时程曲线

Fig. 4　Time histories of lift and drag coefficients

对涡量图和水动力系数的分析表明,本研究得到的雷诺数 Re = 3 900 下的结果符合圆柱绕流的一般规律,表明本研究建立的计算模型以及采用的数值模拟方法是可靠有效的。

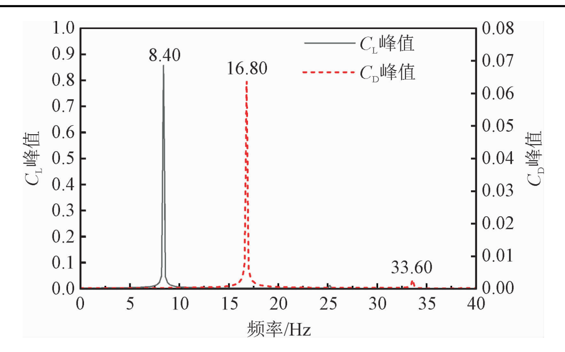


图 5　升阻力系数频谱分析

Fig. 5　Frequency analysis of lift and drag coefficients

在光滑圆柱的基础上,本文对 Re = 3 900,粗糙度 $1\times10^{-4} \leqslant K_S/D \leqslant 2\times10^{-2}$ 的圆柱绕流进行了数值模拟研究。

由图 6 可看出,升力系数的幅值和阻力系数的均值随粗糙度的增大而下降。均方根升力系数 $C_{L,rms}$ 和平均阻力系数 $C_{D,mean}$ 结果如表 3 所示。从表中可看出,当粗糙度 $K_S/D = 1\times10^{-4}$ 时,$C_{L,rms}$ 和 $C_{D,mean}$ 的计算结果与光滑圆柱的计算结果十分接近,表明小粗糙度对圆柱绕流特性的影响较小。$C_{L,rms}$ 和 $C_{D,mean}$ 随粗糙度的增大均呈下降的趋势,与 Bearman 等[3]关于阻力得出的实验结论相符。

表 3　不同粗糙度的 $C_{L,rms}$ 和 $C_{D,mean}$ 计算结果

Tab. 3　Calculation results of $C_{L,rms}$ and $C_{D,mean}$ with different surface roughness

表面粗糙度 K_S/D	$C_{L,rms}$	$C_{D,mean}$
0	0.608	1.066
1×10^{-4}	0.606	1.065
5×10^{-3}	0.510	0.956
1×10^{-2}	0.351	0.779
2×10^{-2}	0.102	0.486

进一步对升阻力系数的频率特性进行分析。由图 6(a)、(b)、(c)可看出:当粗糙度 K_S/D 为 1×10^{-4}、5×10^{-3} 和 1×10^{-2} 时,阻力系数的时间历程曲线具有半周期性,即波动频率不单一,存在两个较为明显的峰值频率。升力系数的时程曲线为幅值稳定的正弦曲线,存在单一的峰值频率,依次为 8.40 Hz、8.60 Hz 和 3.12 Hz。

由图 6(d)可看出:当粗糙度 K_S/D 为 2×10^{-2} 时,阻力系数的时间历程曲线具有完全周期性,即只存在单一的峰值频率,16.60 Hz;升力系数的时间历程曲线保持为正弦曲线,峰值频率为 8.40 Hz。

整体而言,升力系数的时间历程曲线在 4 种粗糙度下均为幅值稳定的正弦曲线,其峰值频率因粗糙度的增加呈现不规则变化。随着表面粗糙度的增大,阻力系数波动的峰值频率逐渐变得单一,其时程

曲线逐渐呈现正弦曲线的形态，且升阻力系数的主导频率比保持为 1∶2。

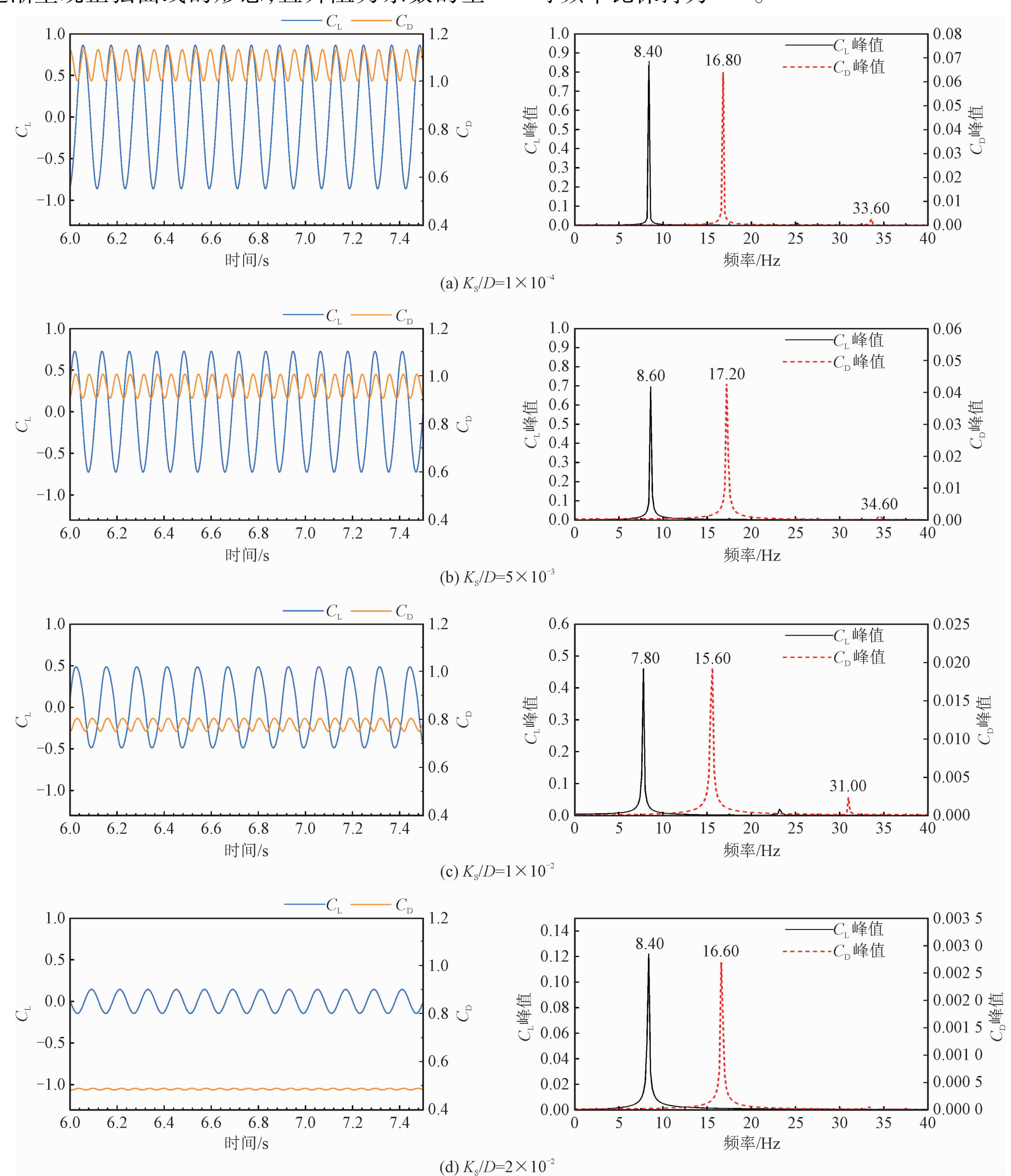


图 6 不同粗糙度升阻力系数时程曲线和频谱分析

Fig. 6 Time histories and frequency analysis of lift and drag coefficients with different surface roughness

图 7 为不同粗糙度下流场充分发展后的涡量图。由图可知，与光滑圆柱一致，4 种不同表面粗糙度下涡脱落模式均为 2S 模式，随着粗糙度的增大涡的形态略有变化。粗糙度 $K_S/D=1\times10^{-4}$ 时圆柱尾涡形态与光滑圆柱相似，再次验证小粗糙度对圆柱绕流特性的影响较小。随着粗糙度的增大，尾涡形状逐渐被拉长，尾涡排列的规则性降低，且涡脱落的强度减小。结合图 6 可知，涡脱落强度降低引起升力系数幅值和阻力系数均值减小。

4 种粗糙度下圆柱的平均压力系数分布情况如图 8 所示。从图中可以看出，4 种粗糙度下的曲线形状大致相同。随着粗糙度的增大，曲线最低点对应的 $C_{p,\mathrm{mean}}$ 值减小，且该值对应的角度增大。通过对角度-压力系数曲线进行二阶求导得出粗糙度 K_S/D 为 1×10^{-4}、5×10^{-3} 时流动分离点均为 $\theta=100°$，粗糙度 K_S/D 为 1×10^{-2}、2×10^{-2} 时流动分离点分别为 105°、110°。由此可知，随着粗糙度的增大，流动分离点向圆柱后方推移。在曲线到达最低

点前，粗糙度对压力的影响不大。在圆柱的后驻点，大粗糙度对应较大的 $C_{p,mean}$ 值（绝对值较小）。圆柱所受阻力由压差阻力与摩擦阻力构成，在本研究模拟的情况下，压差阻力占主导地位，在图 8 中，随着粗糙度的增大，圆柱前后驻点压差减小，这与图 6 中阻力系数减小的现象一致。

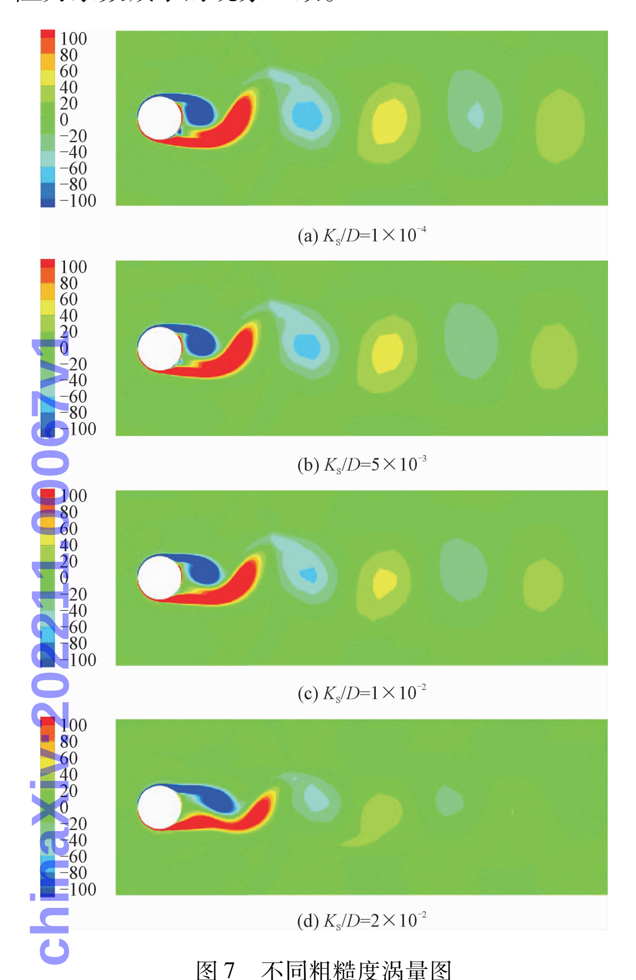


图 7　不同粗糙度涡量图

Fig. 7　Instantaneous isocontours of vorticity with different surface roughness

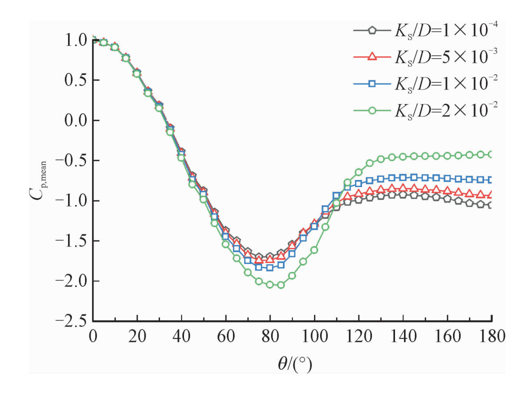


图 8　不同粗糙度的平均压力系数分布

Fig. 8　Distribution of mean pressure coefficient with different surface roughness

3　结　论

本研究基于 RANS 模拟方法，对亚临界雷诺数下光滑和粗糙圆柱绕流进行了研究，分析了不同粗糙度下的尾流特征，考察了粗糙度对升阻力系数、涡量场及表面压强分布情况的影响，主要结论如下。

1）升阻力系数的时程曲线在圆柱光滑和粗糙的情况下均为近似的正弦曲线。随着表面粗糙度的增大，升力系数和阻力系数的主导频率呈现不规则变化，均方根升力系数和平均阻力系数减小。

2）随着粗糙度的增大，尾涡形状逐渐被拉长，尾涡排列的规则性降低，且涡泻放强度减小。

3）随着粗糙度的增大，流动分离点向圆柱后方推移。在曲线到达最低点前，粗糙度对压力的影响不大。在圆柱的后驻点，大粗糙度对应较大的 $C_{p,mean}$ 值（绝对值较小）。

参考文献：

[1] GAO Y, ZONG Z, ZOU L, et al. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with different surface roughnesses[J]. Marine structures, 2018, 57: 165-179.

[2] VAN H N P. The Reynolds number dependency of the steady and unsteady loading on a slightly rough circular cylinder: From subcritical up to high transcritical flow state[J]. Journal of fluids and structures, 2015, 55: 526-539.

[3] BEARMAN P W, HARVEY J K. Control of circular cylinder flow by the use of dimples[J]. AIAA journal, 1993, 31(10): 1753-1756.

[4] ACHENBACH E, HEINECKE E. On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6[J]. Journal of fluid mechanics, 1981, 109: 239-251.

[5] ACHENBACH E. Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder[J]. Journal of fluid mechanics, 1971, 46(2): 321-335.

[6] KIU K Y, STAPPENBELT B, THIAGARAJAN K P. Effects of uniform surface roughness on vortex-induced vibration of towed vertical cylinders[J]. Journal of sound and vibration, 2011, 330(20): 4753-4763.

[7] ZHOU B, WANG X, GUO W, et al. Experimental study on flow past a circular cylinder with rough surface[J]. Ocean engineering, 2015, 109: 7-13.

[8] OKAJIMA A, NAGAMORI T, MATSUNAGA F, et al. Some experiments on flow-induced vibration of a circular cylinder with surface roughness[J]. Journal of fluids and structures, 1999, 13(7): 853-864.

[9] GAO Y, LIU L M, ZOU L, et al. Effect of surface roughness on vortex-induced vibration of a freely vibrating cylinder near a stationary

plan wall[J]. Ocean engineering,2020,198:106837.

[10] GAO Y,FU S,WANG J,et al. Experimental study of the effects of surface roughness on the vortex-induced vibration response of a flexible cylinder[J]. Ocean engineering. 2015,103:40-54.

[11] BERNITSAS M M,RAGHAVAN K. Reduction/suppression of VIV of circular cylinders through roughness distribution at $8\times10^3 < Re < 1.5\times10^5$ [C]//Proceedings of ASME 2008 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. [S. l.]: American Society of Mechanical Engineers,2008:1001-1005.

[12] BERNITSAS M M,RAGHAVAN K,DUCHENE G. Induced separation and vorticity using roughness in VIV of circular cylinders at $8\times10^3 < Re < 1.5\times10^5$ [C]//Proceedings of ASME 2008 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. [S. l.]:American Society of Mechanical Engineers,2008: 993-999.

[13] ZHOU B,WANG X,GUO W,et al. Control of flow past a dimpled circular cylinder [J]. Experimental thermal and fluid science, 2015,69(6):19-26.

[14] ZHOU B,WANG X,GUO W,et al. Force and flow characteristics of a circular cylinder with uniform surface roughness at subcritical Reynolds numbers[J]. Applied ocean research,2015,49:20-26.

[15] BURESTI G. The effect of surface roughness on the flow regime around circular cylinder[J]. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics,1981,8 (1):105-114.

[16] 马瑞轩,李文建,左孔成. 基于 SST-SAS 方法与 FW-H 方程的串列双圆柱数值模拟研究[J]. 应用力学学报. 2020,37(3):1057-1064.

MA Ruixuan,LI wenjian,ZUO kongcheng. Numerical simulation of flows around tandem cylinder based on SST-SAS method and FW-H equation[J]. Chinese journal of applied mechanics,2020,37(3):1057-1064(in Chinese).

[17] 章大海,王文颢,李天娇,等. 非对称粗糙带对单圆柱流致振动特性影响研究[J]. 船舶力学,2019,23(10):1177-1186.

ZHANG Dahai,WANG Wenhao,LI Tianjiao,et al. Research on fluid-induced vibration of single circular cylinder with asymmetrical roughness strip [J]. Journal of ship mechanics,2019,23(10): 1177-1186(in Chinese).

[18] 杨家栋. 粗糙圆柱体涡激振动响应数值模拟[D]. 成都:西南石油大学,2017.

[19] GAO Y,LIU L,ZOU L,et al. Effect of surface roughness on vortex-induced vibrations of a freely vibrating cylinder near a stationary plane wall[J]. Ocean engineering,2020,198:106837.

[20] GAO Y,ZHANG Z,ZOU L,et al. Effect of surface roughness and initial gap on the vortex-induced vibrations of a freely vibrating cylinder in the vicinity of a plane wall[J]. Marine structures,2020, 69:102663.

[21] MALLICK M,KUMAR A,MURMU A. Flow modeling in various cylindrical surfaces[J]. Aquatic procedia,2015,4:834-840.

[22] PATIL P M,HIREMATH P S. Effects of surface roughness on mixed convection nanoliquid flow over slender cylinder with liquid hydrogen diffusion[J]. International journal of hydrogen energy, 2019,44(21):11121-11133.

[23] YAMAGISHI Y,OKI M. Numerical simulation of flow around a circular cylinder with curved sectional grooves[J]. Journal of visualization,2007,10(2):179-186.

[24] ZHAO M,KAJA K,XIANG Y,et al. Vortex-induced vibration (VIV) of a circular cylinder in combined steady and oscillatory flow[J]. Ocean engineering,2013(8):7383-7395.

[25] SCHLICHTING H. Boundary-layer theory[M]. New York:Mcgraw-hill Book Company,1979.

[26] FRANZINI G R,GONÇALVES R T,MENEGHINI J R,et al. Experimental investigation into the flow around a stationary and yawed cylinder under asymmetrical end conditions[J]. International journal of offshore & polar engineering,2014,24(2):90-97.

(编辑 张璐)